

DOI: <https://doi.org/10.25689/NP.2026.3.37-51>

EDN TRZMLS

УДК 550.8.072:519.24

Автоматизированный подбор моделей вариограмм и их параметров для построения геологических карт методом кригинга

¹Саттаров Р.З., ²Саттарова А.Р.

¹Институт «ТатНИПИнефть», ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина,
Бугульма, Россия

²Институт вычислительной математики и информационных технологий
(ИВМиИТ-ВМК), Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ),
Казань, Россия

Automated selection of variogram models and their parameters for kriging-based geological mapping

¹R.Z. Sattarov, ²A.R. Sattarova

¹TatNIPIneft Institute – PJSC TATNEFT, Almetievsk, Russia

²Institute of Computational Mathematics and Information Technologies,
Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

E-mail: ramsat@tatnipi.ru

Аннотация. В статье рассматривается описание алгоритма, предназначенного для автоматического подбора подходящей вариограммной модели в различных направлениях для построения геологических карт методом кригинга. Традиционный ручной подбор вариограмм субъективен и трудоемок, особенно при выраженной пространственной анизотропии свойств пласта. Разработанный алгоритм автоматически анализирует экспериментальные данные, выбирает оптимальный тип теоретической модели и рассчитывает ее параметры на основе критерия наименьших квадратов. Эффективность подхода подтверждена на примере моделирования параметра пористости продуктивного горизонта. Внедрение алгоритма позволяет автоматизировать рутинные операции геостатистического анализа и повысить точность прогноза межскважинного пространства.

Ключевые слова: геостатистика, вариограмма, наггет, ранг, силл, вариограммный анализ, интерполяция, кригинг, картопостроение

Для цитирования: Саттаров Р.З., Саттарова А.Р. Автоматизированный подбор моделей вариограмм и их параметров для построения геологических карт методом кригинга // Нефтяная провинция. 2026.-№3(47).-С. 37-51. - DOI <https://doi.org/10.25689/NP.2026.3.37-51>. - EDN TRZXLS

Abstract. The paper describes an algorithm designed for the automated selection of an appropriate variogram model and its parameters in multiple directions for geological mapping via the kriging method. Traditional manual variogram fitting is subjective and time-consuming, particularly in cases of pronounced spatial anisotropy of reservoir properties. The developed algorithm automatically analyzes experimental data, selects the optimal theoretical model type, and calculates its parameters based on the least-squares criterion. The effectiveness of this approach is validated through the simulation of the porosity parameter within a productive horizon. The implementation of the algorithm enables the automation of routine geostatistical analysis operations and enhances the prediction accuracy for interwell space.

Key words: geostatistics, variogram, nugget, range, sill, variogram analysis, spatial interpolation, kriging, geological mapping

For citation: R.Z. Sattarov, A.R. Sattarova Avtomatizirovanny podbor modeley variogramm i ikh parametrov dlya postroyeniya geologicheskikh kart metodom kriginga [Automated selection of variogram models and their parameters for kriging-based geological mapping]. Neftyanaya Provintsiya, No. 3(47), 2026. pp. 37-51. DOI <https://doi.org/10.25689/NP.2026.3.37-51>. EDN TRZXLS (in Russian)

Введение

Важным этапом геологического моделирования является построение геометрии пласта (кровли, подошвы) и распределение его фильтрационно-емкостных свойств (пористости, проницаемости, водонасыщенности). В настоящее время существует множество методик построения геологических моделей на основании интерпретированных данных геофизических исследований скважин (ГИС), которые базируются на численных методах интерполяции и аппроксимации. Основная цель интерполяции сводится к нахождению коэффициентов заданной функции таким образом, чтобы расчетная кривая или поверхность точно проходила через исходные точки.

Однако высокая неоднородность пласта часто требует геостатистического подхода, в рамках которого строится вероятностная модель

изучаемого явления. Геоestatистический анализ позволяет учитывать пространственные закономерности распределения параметров, наличие природных барьеров, а также главные направления изменчивости геологических свойств.

Настройка вариограммы вручную — это длительный итерационный процесс. Геологу необходимо подбирать оптимальные параметры для достижения максимальной достоверности геологической картины. Это требует значительных временных затрат, а финальный результат остается субъективным. В связи с этим возникает острая необходимость в алгоритмах, способных выполнять данную рутинную процедуру автоматически, быстро и без влияния человеческого фактора.

Целью данной работы является разработка и тестирование алгоритма автоматического подбора моделей вариограмм и их параметров для построения геологических карт методом кригинга. Алгоритм учитывает пространственную анизотропию и использует строгие математические критерии, что позволяет полностью автоматизировать процесс без потери геологической реалистичности получаемых моделей.

В качестве объектов для исследования выбран набор точек на плоскости, случайным образом расположенный на плоскости в пределах заданных границ. В качестве параметра выбран параметр пористости, значения которого в точках также сгенерирован случайным образом.

Методика исследований

Создание геологических карт является одной из ключевых задач в геологических исследованиях и практической деятельности. Классические методы картирования, основанные на интерполяции по изолиниям или экспертной экстраполяции данных [1], всё чаще уступают место численным и геоestatистическим подходам, среди которых особое место занимает метод кригинга.

Основным инструментом анализа пространственной связи является вариограмма. По определению вариограмма (или полувариограмма) — это один из моментов второго порядка стационарной случайной функции $Z(x)$ [2, 3]:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var} \{Z(x+h) - Z(x)\} = \frac{1}{2} E \{[Z(x+h) - Z(x)]^2\}, \quad (1)$$

описывающий корреляционную связь между двумя случайными величинами $Z(x)$ и $Z(x+h)$, разделенными в пространстве вектором h . Сила связи может меняться с изменением расстояния между точками и направления разделяющего вектора. Если разделяющий вектор h нулевой, это выражение равно нулю. Вариограмма симметрична относительно h : $\gamma(h) = \gamma(-h)$. Связь может быть изотропной, если зависит только от модуля вектора h (то есть $\gamma(h) = \gamma(|h|)$), или анизотропной, если зависит как от модуля, так и от направления h .

Вариограмма и ковариация при условии справедливости гипотезы стационарности второго порядка являются двумя равноценными мерами для характеристики пространственной связи:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (2)$$

Выборочная оценка вариограммы — экспериментальная вариограмма [4]:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^N [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (3)$$

Она вычисляется на основе выборочных значений $\{z_1 = z(x_1), z_2 = z(x_2), \dots, z_n = z(x_n)\}$. Для вычисления $\gamma^*(h)$ при фиксированном h используются пары выборочных точек $\{x_i, x_j\}$, имеющие разделяющий вектор, близкий к вектору h .

Метод кригинга является одним из наиболее точных и обоснованных методов интерполяции, так как учитывает пространственную структуру данных. Основой для его применения служит анализ вариограммы — функции, описывающей степень зависимости между точками в пространстве.

В ходе анализа проводится построение экспериментальных вариограмм, которые затем аппроксимируются одной из теоретических моделей: сферической, экспоненциальной, гауссовой и др.

Обычный кригинг (ordinary kriging — ОК) отличается от простого кригинга тем, что не предполагает знание среднего значения. В обычном кригинге среднее значение считается постоянным, но оно неизвестно. Кроме того, обычный кригинг при использовании локальной оценки не требует постоянства среднего по всей зоне оценивания; предполагается, что среднее постоянно только в окрестности точки оценивания $w(x)$. Предположение о постоянстве среднего в рамках малой окрестности более реалистично, тем более что данные обладают пространственной непрерывностью [5].

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x)Z(x_i) \quad (4)$$

Условие несмещенности в случае неизвестного среднего:

$$E\{Z^*(x) - Z(x)\} = E\{\sum_{i=1}^n w_i(x)Z(x_i) - Z(x)\} = [\sum_{i=1}^n w_i(x) - 1] m \quad (5)$$

т.е. условие несмещенности будет выполнено, если сумма весов, используемых при оценке, равна единице:

$$\sum_{i=1}^n w_i(x) = 1 \quad (6)$$

Таким образом, отсутствие знания о значении среднего накладывает на веса $w_i(x)$ дополнительное требование. Теперь, чтобы выполнялось свойство наилучшего оценивателя, нужно найти веса, которые минимизируют вариацию при дополнительном ограничении (6).

После минимизации лагранжиана путем его дифференцирования по всем весам $w_i(x)$ и коэффициенту $\mu(x)$ и приравнивания производных нулю получается линейная система из $n(x) + 1$ уравнений с $n(x) + 1$ неизвестными - система уравнений обычного кригинга:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j(x) C_{ij} + \mu(x) = C_{i0}, \quad i = 1..n \\ \sum_{i=1}^n w_i(x) = 1 \end{cases} \quad (7)$$

На практике чаще вместо предположения о стационарности второго порядка и функций ковариации пользуются менее слабым предположением о внутренней гипотезе и связанной с ней вариограммой. Система уравнений обычного кригинга (7) легко может быть переписана в терминах вариограммы:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j(x) \gamma_{ij} - \mu(x) = \gamma_{i0}, \quad i = 1..n \\ \sum_{i=1}^n w_i(x) = 1 \end{cases} \quad (8)$$

Именно эта система уравнений использовалась в реализации стохастического моделирования в разработанной программе [6]. Программа представляет собой модульную структуру с возможностью обработки различных типов входных данных. Осуществляется считывание входного текстового файла с геологическими параметрами, обработка данных для определения границ отображения карты, задания масштабов по координатам X и Y. Для этих данных строятся экспериментальные вариограммы в вертикальном и горизонтальном направлениях. Проводится анализ полученных вариограмм, определяется анизотропия. Подбирается функция модели вариограммы и параметры вариограммы для каждой экспериментальной вариограммы. Данные параметры используются в дальнейшем при интерполяции методом кригинга. Предусмотрена визуализация результатов виде цветных и черно-белых карт в изолиниях, экспорт графических результатов в файлы графических форматов.

Следует отметить, что задание различных моделей вариограмм и их параметров производится в программе вручную, что занимает некоторое время. Поэтому возникла необходимость в автоматизации данной процедуры. Для того, чтобы вариограмму можно было использовать в

компьютерном моделировании, необходимо аппроксимировать ее одной из стандартных математических моделей вариограмм.

Модели вариограмм представляют из себя три различных «стиля поведения» вариограммы:

- а) значения вариограммы колеблются на одном уровне, что говорит об отсутствии пространственной корреляции (чистый «наггет-эффект»);
- б) значение дисперсии между точками опробования линейно повышается с увеличением расстояния между ними (тренд);
- в) дисперсия постепенно увеличивается, а затем выходит на плато.

Максимальное значение функции $\gamma(h)$, если вариограммы транзитивна, называют порогом, величина которого должна примерно соответствовать дисперсии случайной величины (Рис.1).

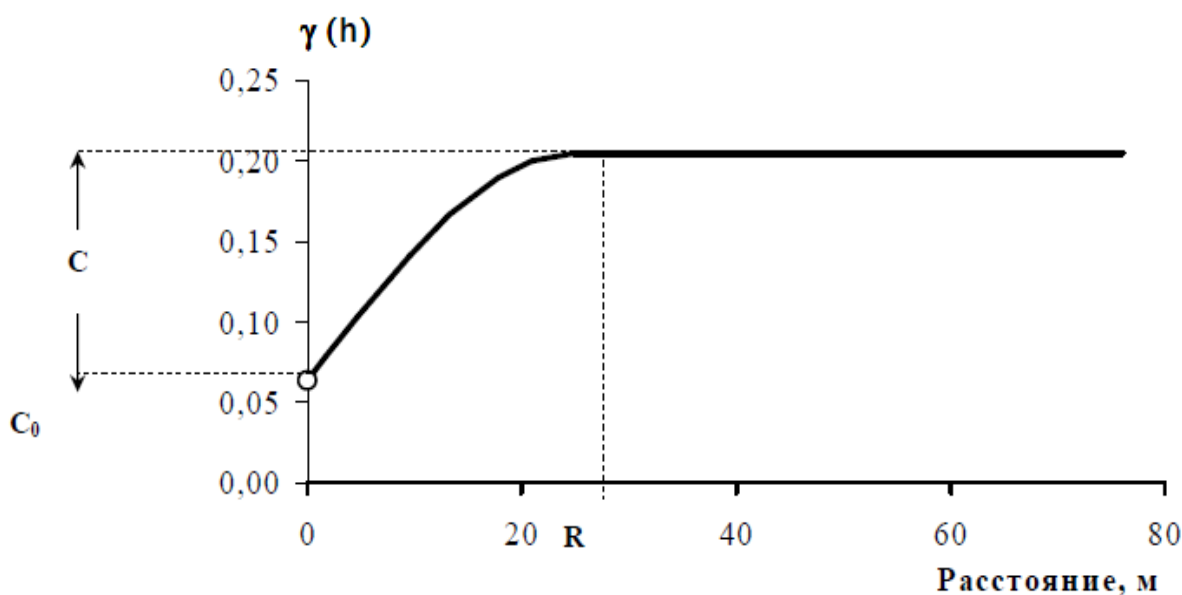


Рис. 1 Транзитивная вариограмма (транзитивная модель)

C_0 - «наггет»-эффект, R – ранг, C – силл, C_0+C – порог.

Расстояние, при котором функция $\gamma(h)$ достигает постоянного значения, называется радиусом корреляции или рангом. Ранг определяет размеры однородных структур. Когда расстояние между точками (h) стремится к нулю, значение $\gamma(h)$ приближается к некоторому значению, называемому «наггет-эффект» (или «эффект самородка») и обозначается C_0 . В него

входит варьирование случайной величины на расстояниях меньших, чем шаг, использованный в модели, а также варьирование, связанное с аналитическими ошибками. Разница между порогом и «наггет-эффектом» обозначается C .

Порог и ранг наблюдаются не всегда, а только в случае транзитивной вариограммы. В этом случае интересно рассчитать отношение порог/наггет-эффект. Оно показывает, какая часть варьирования является пространственно зависимой, а какая случайной. Если значение близко к 1 и менее, то преобладает непространственное варьирование.

Таким образом, модель вариограммы $\gamma(h)$ строится как линейная комбинация подходящих базисных моделей. На практике чаще всего это одно или два слагаемых, реже больше.

Основные базисные модели, используемые для моделирования вариограммы [2, 3].

Линейная модель

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \frac{h}{a}, & 0 < h < a \\ C_0 + C, & h \geq a \end{cases} \quad (9)$$

Сферическая модель

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left[\frac{1.5h}{a} - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & 0 < h < a \\ C_0 + C, & h \geq a \end{cases} \quad (10)$$

Экспоненциальная модель

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left[1 - \exp \left(-3 \frac{h}{a} \right) \right], & 0 < h < a \\ C_0 + C, & h \geq a \end{cases} \quad (11)$$

Гауссова модель

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left[1 - \exp \left(-\frac{3h^2}{a^2} \right) \right], & 0 < h < a \\ C_0 + C, & h \geq a \end{cases} \quad (12)$$

где C_0 - наггет, C - вклад дисперсии или силл, a - фактический ранг, h - расстояние между точками (скважинами).

Задача сводится к нахождению минимума сумм квадратов невязок между экспериментальными значениями и значениями модельной функции вариограммы:

$$S(C_0, C, a) = \sum_{i=1}^n [f(h_i, C_0, C, a) - Y_i]^2 \Rightarrow \min \quad (13)$$

Для упрощения задачи предположим, что ранг a известен.

Тогда представим:

для линейной модели: $X(a, h) = \frac{h}{a}$

для сферической модели: $X(a, h) = \frac{1.5 h}{a} + \frac{0.5 h^3}{2a}$

для гауссовой модели: $X(a, h) = 1 - e^{-\frac{3h^2}{a^2}}$

для экспоненциальной модели: $X(a, h) = 1 - e^{-\frac{3h}{a}}$

В результате получаем общее линейное уравнение для всех 4 видов моделей:

$$Y(h) = \begin{cases} C_0 + CX, & 0 < h < a \\ C_0 + C, & h \geq a \end{cases} \quad (14)$$

В целевой функции (12) для поиска в этом случае остаются 2 переменные C_0 и C :

$$S(C_0, C) = \sum_{i=1}^n [f(X_i, C_0, C) - Y_i]^2 \quad (15)$$

Находим частные производные по каждой из искомым величин:

$$\frac{\partial S}{\partial C_0} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial C} = 0$$

Получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial C} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n [(C_0 + CX_i - Y_i) X_i] = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial C_0} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n (C_0 + CX_i - Y_i) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} C \sum_{i=1}^n X_i^2 + C_0 \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 0 \\ C \sum_{i=1}^n X_i + n C_0 - \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Из второго уравнения выразим C_0 через C :

$$C_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - C \sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (18)$$

В результате подстановки выражения в первое уравнение получаем C :

$$C = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (19)$$

Таким образом определяются наилучший наггет C_0 и силл C для зафиксированного ранга модельной вариограммы.

Следует отметить, что на параметр C_0 не может быть меньше нуля. В случае получения отрицательного значения C_0 данный параметр приравнивается к нулю, а параметр C пересчитывается по первой формуле из системы (17).

Тестирование. В качестве тестового примера был сгенерирован набор точек в пределах прямоугольной области размером 2000×2500 метров с псевдослучайными значениями пористости с нормальным распределением. Для полученных данных построены экспериментальные вариограммы без направления, по горизонтали и по вертикали. Определены начальное значение ранга, шаг перебора рангов. Итерационный расчет предполагает перебор моделей по направлению, по виду вариограмм и по рангам с заданным шагом. На каждой итерации определяются наггет C_0 и силл C по методу наименьших квадратов. Процесс можно остановить по достижению максимального значения коэффициента детерминации. На рис. 2 представлен пример графика зависимости коэффициента детерминации аппроксимации функцией различных моделей от ранга вариограммы в горизонтальном направлении. На графике видно, что гауссовая модель дает наибольший коэффициент детерминации для данного направления.

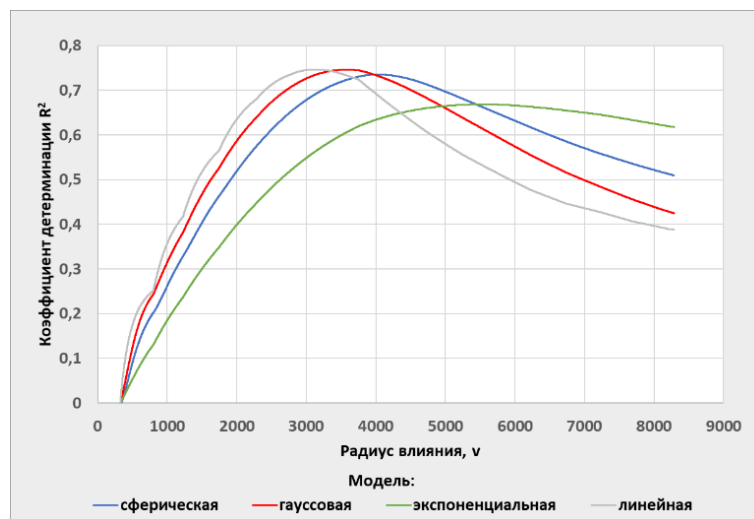


Рис. 2. Зависимость R^2 аппроксимации горизонтальной вариограммы от ранга для различных моделей

В результате получаем оптимальные виды модельных вариограмм и значения их параметров. Например, в данном случае для общей вариограммы (без направления) выбрана сферическая модель, для вертикального и горизонтального направления – гауссовая модель (Рис. 3).

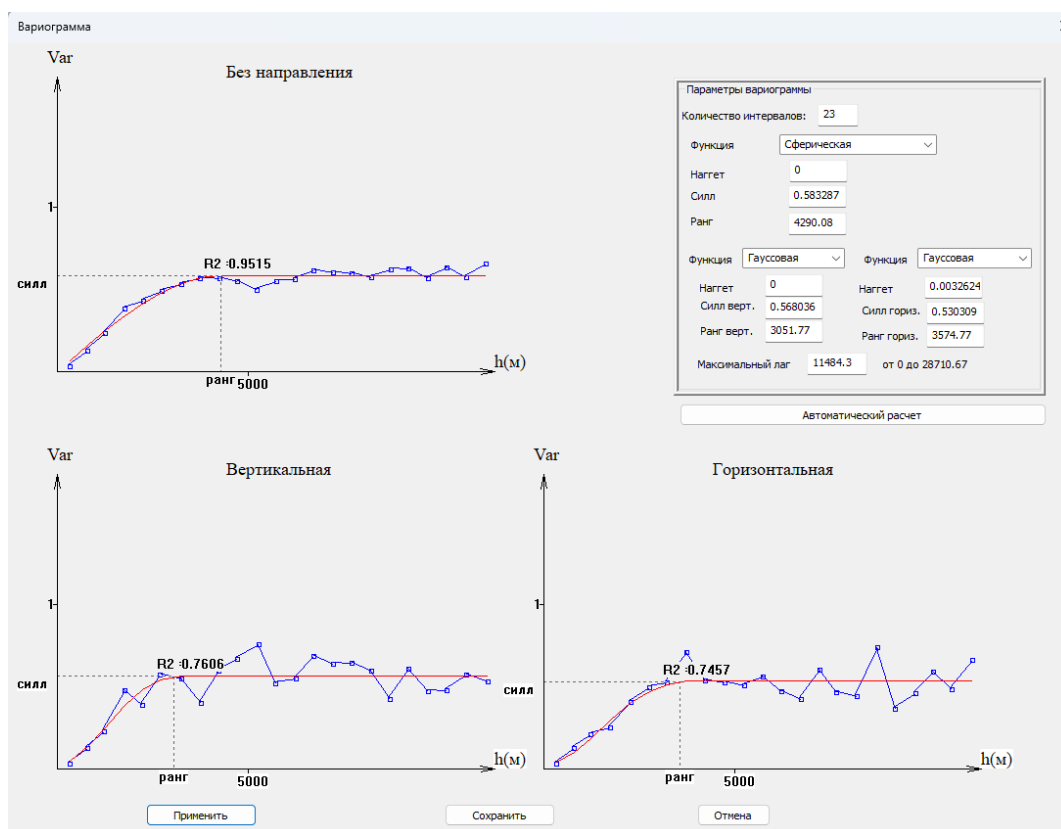


Рис. 3. Построение экспериментальных вариограмм с автоматическим подбором параметров модельных вариограмм

На рис. 4 показана результирующая карта пористости в изолиниях в цветовой палитре. Радиус влияния вдоль оси максимальной анизотропии равен 3574,8 м, что на 14,6 % превышает радиус влияния вдоль оси минимальной анизотропии (3051,8 м). Данное соотношение обуславливает вытянутость изолиний в горизонтальном направлении.

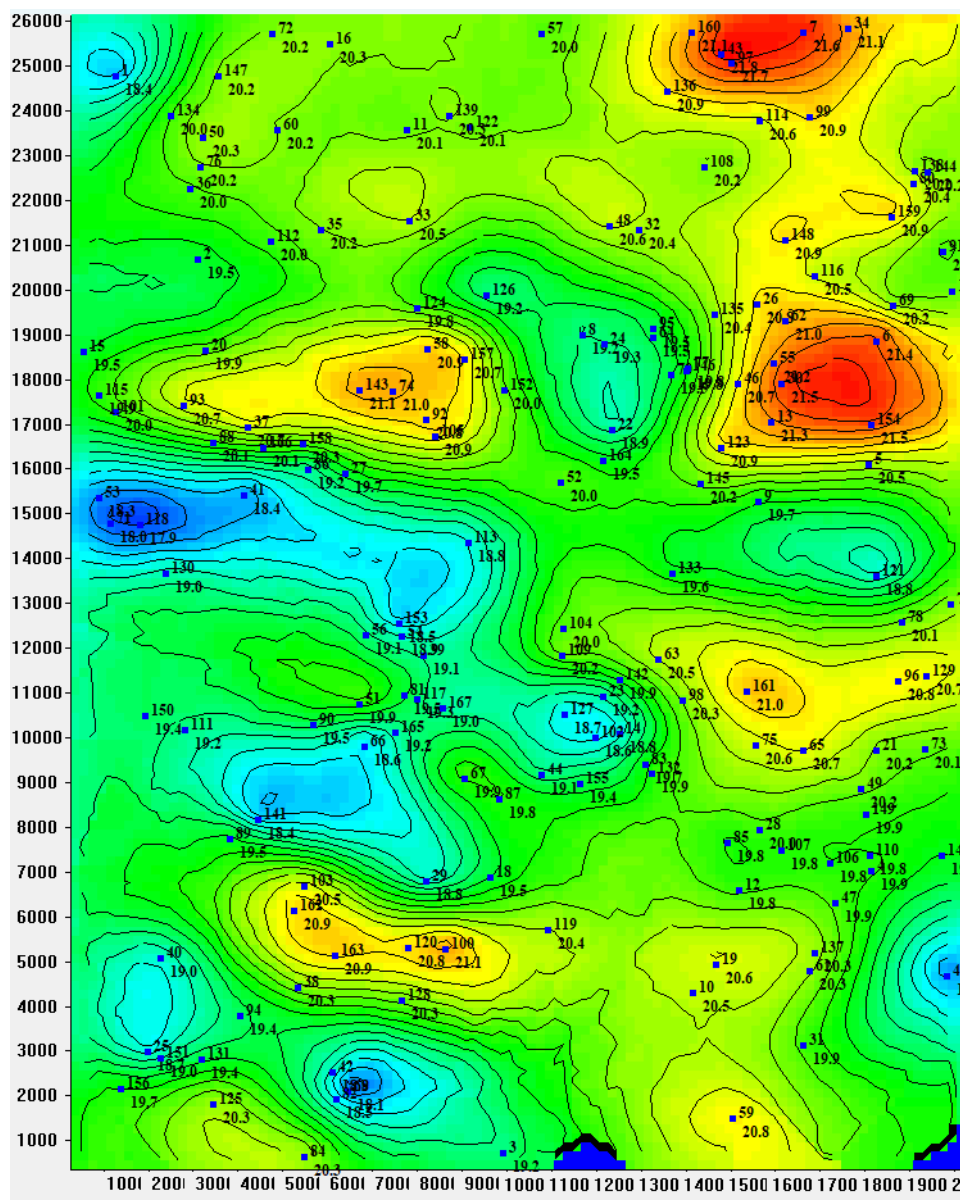


Рис. 4. Визуализация карты, построенной методом кригинга на основе оптимально подобранной модели вариограммы

Выводы

В ходе проведенного исследования получены следующие основные результаты:

1. Разработан и программно реализован эффективный алгоритм для автоматического выбора оптимального типа теоретической вариограммной модели и расчета её параметров в различных направлениях.
2. Использование критерия наименьших квадратов позволило обеспечить высокую математическую строгость и объективность при аппроксимации экспериментальных вариограмм, полностью исключив субъективный фактор из процесса настройки.
3. Алгоритм успешно протестирован на задаче моделирования фильтрационно-емкостных свойств (пористости) продуктивного горизонта. Результаты расчетов наглядно продемонстрировали способность алгоритма точно улавливать и воспроизводить пространственную анизотропию пласта, что отразилось в характерной геометрии изолиний на результирующей карте.
4. Внедрение предложенного подхода в практику геологического моделирования позволяет существенно ускорить выполнение рутинных геостатистических операций и повысить общую достоверность прогнозирования свойств пласта в межскважинном пространстве.

Список литературы

1. Программа для построения геологических карт по нерегулярным данным: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2025616958 Рос. Федерация / А. Р. Саттарова, Рам. З. Саттаров, Д. Н. Тумаков; правообладатель Казанский (приволжский) федеральный университет. № 2025614923; заявл. 11.03.2025; опубл. 21.03.2025.
2. Насыбуллин А. В. Теоретические основы геолого-гидродинамического моделирования разработки нефтяных месторождений: учебное пособие. – М; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2026. – 346 с.
3. Демьянов В. В., Савельева Е. А. Геостатистика: теория и практика / под ред. Р. В. Арutyюняна. – М.: Наука, 2010. – 327 с.
4. Дойч К. В. Геостатистическое моделирование коллекторов. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2011. 400 с. (Библиотека нефтяного инжиниринга).

5. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009. – 460 с. (Библиотека нефтяного инжиниринга).
6. Программа для построения геологических карт методом кригинга с применением вариограммного моделирования: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2025662690 Рос. Федерация / А. Р. Саттарова, Рам. З. Саттаров, Д. Н. Тумаков; правообладатель Казанский (приволжский) федеральный университет. № 2025661395; заявл. 12.05.2025; опубл. 22.05.2025.

References

1. Sattarova A. R., Sattarov R. Z., Tumakov D. N. *Programma dlya postroeniya geologicheskikh kart po neregulyarnym dannym* [Software for Constructing Geological Maps Based on Irregular Data]. Certificate of State Registration of the Computer Program No. 2025616958 Rus. Federation, 2025. (in Russian)
2. Nasybullin A. V. *Teoreticheskie osnovy geologo-gidrodinamicheskogo modelirovaniya razrabotki neftnykh mestorozhdeniy* [Theoretical foundations of geological and hydrodynamic modeling of oil field development: a textbook]. Moscow; Izhevsk, Institut kompyuternykh issledovaniy Publ., 2026. 346 p. (in Russian)
3. Demyanov V. V., Saveleva E. A. *Geostatistika: teoriya i praktika* [Geostatistics: theory and practice]. Ed. by Prof. R. V. Arutyunyan. Moscow, Nauka Publ., 2010. 327 p. (in Russian)
4. Deutsch C. V. *Geostatisticheskoe modelirovanie kollektorov* [Geostatistical Reservoir Modeling]. Moscow, Izhevsk, Institut Kompyuternykh Issledovaniy Publ., 2011. 400 p. (in Russian)
5. Matheron G. *Osnovy prikladnoy geostatistiki* [Principles of Applied Geostatistics]. Moscow, Izhevsk, Institut Kompyuternykh Issledovaniy, Regulyarnaya i Khaoticheskaya Dinamika Publ., 2009. 460 p. (in Russian)
6. Sattarova A. R., Sattarov R. Z., Tumakov D. N. *Programma dlya postroeniya geologicheskikh kart metodom kriginga s primeneniem variogrammnogo modelirovaniya* [Software for Constructing Geological Maps by Kriging with Variogram Modeling]. Certificate of State Registration of the Computer Program No. 2025662690 Rus. Federation, 2025. (in Russian)

Сведения об авторах

Саттаров Рамиль Зайтунович, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт «ТатНИПИнефть» ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина
Россия, 423236, г. Бугульма, ул. Джалиля, 32
E-mail: ramsat@tatnipi.ru

Саттарова Аделина Рамилевна, студент 2 курса магистратуры, Институт вычислительной математики и информационных технологий (ИВМиИТ-ВМК), Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ)
Россия, 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18
E-mail: sat_ade@mail.ru

Authors

R.Z. Sattarov, PhD, Leading Research Associate, TatNIPIneft Institute – PJSC TATNEFT
32 M. Djalil St., Bugulma, 423236, Russian Federation
E-mail: ramsat@tatnipi.ru

A.R. Sattarova, 2nd-year Master's Student, Institute of Computational Mathematics and Information Technologies, Kazan (Volga region) Federal University
18 Kremlevskaya St., Kazan, 420008, Russian Federation
E-mail: sat_ade@mail.ru

Статья поступила в редакцию 26.06.2026
Принята к публикации 21.09.2026
Опубликована 30.09.2026